

## TRANSFORMACION DE FIGURAS Y GENERACION DE FIGURAS INTERMEDIAS UNA APROXIMACION A LA ANIMACION

**Mario Colosso V.**

Universidad Simón Bolívar  
Caracas, Venezuela

### Introducción

Teniendo una figura inicial y otra final en un mismo plano, cómo generar una secuencia de figuras intermedias que lleven de la figura inicial a la figura final en forma casi imperceptible? Esta pregunta es la que suscita el desarrollo del presente trabajo.

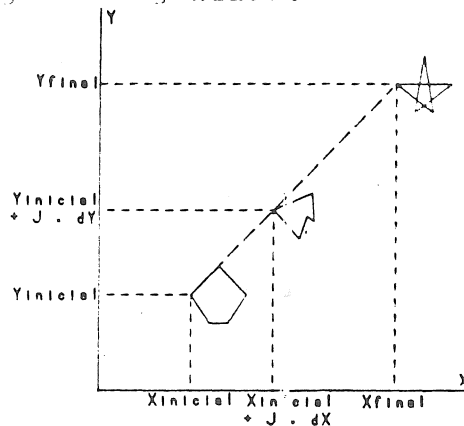
Trataremos de dar aquí una idea del desarrollo de los conceptos empleados, así como sugerencias para su posterior evolución.

### Desarrollo

Una figura no es mas que una secuencia de puntos unidos entre sí, según una cierta ley de conectividad. Según esta definición, el análisis del problema propuesto puede ser

llevado al análisis de los puntos que conforman las figuras.

Tengamos la siguiente gráfica:



donde el punto  $(X_{inicial}, Y_{inicial})$  de la figura inicial será transformado en el punto  $(X_{final}, Y_{final})$  de la figura final. La transformación del punto  $(X_{inicial}, Y_{inicial})$  en su correspondiente, en la  $j$ -ésima figura intermedia, está dada por

$$X = X_{inicial} + j \cdot d_x$$

$$Y = Y_{inicial} + j \cdot d_y$$

Los términos  $d_x$  y  $d_y$  corresponden a la longitud de los intervalos en  $X$  y  $Y$ .

Para un total de  $N$  figuras igualmente espaciadas a ser generadas,

$$d_x = (X_{final} - X_{inicial}) / N$$

$$d_y = (Y_{final} - Y_{inicial}) / N$$

entonces, las coordenadas del punto  $(X, Y)$  en la  $j$ -ésima figura intermedia, están dadas por:

$$X' = X + (j / N) \cdot (X_{final} - X_{inicial})$$

$$Y' = Y + (j / N) \cdot (Y_{final} - Y_{inicial})$$

Vemos la aparición del término  $(j / N)$ , con valores comprendidos en el rango  $[0,1]$ , el cual podemos interpretar como un "porcentaje de transformación" de una figura a otra. Así, si el porcentaje de transformación es igual a 0, tenemos la figura inicial, y si es igual a 1, la figura final.

Entonces, una primera aproximación al algoritmo buscado, para el caso de una figura conexa, es la siguiente:

Sea  $INC = 1 / (\text{Número de figuras} - 1)$

Variando el porcentaje de transformación,  $P$ , entre 0 y 1, con incremento  $INC$ .

Para todos los puntos

$X = X_{\text{inicial}}(j) + P \cdot (X_{\text{final}}(j) - X_{\text{inicial}}(j))$

$Y = Y_{\text{inicial}}(j) + P \cdot (Y_{\text{final}}(j) - Y_{\text{inicial}}(j))$

Si es el primer punto, entonces

MOVER (X, Y)

sino

DIBUJAR (X, Y)

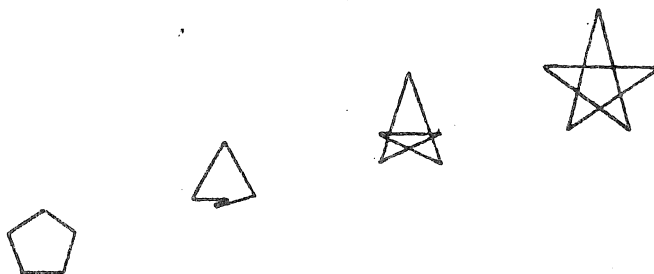


Figura 1.

Pero el algoritmo introduce un par de restricciones: la primera es que el número de puntos de la figura inicial debe ser igual al número de puntos de la figura final, y la segunda es que las figuras no pueden estar formadas por "objetos" desconexos; ésto es, cómo indicar que en un instante determinado queremos que el trazo sea invisible en lugar de visible (NOVER en lugar de DIBUJAR)?. Esta segunda es una restricción importante, limitando la cantidad de figuras que pueden ser manejadas. Debido a ello, dirigiremos nuestra atención hacia este punto.

Hemos caracterizado cada punto mediante dos atributos: las coordenadas X y Y que indican su posición en el plano. Agreguemos un tercer atributo por punto, el "atributo de visualización", con valores discretos 0 ó 1 y con el siguiente sentido:

Si el atributo de visualización toma el valor 1, el segmento entre el punto anterior y el actual es visible, y si toma el valor 0, es invisible.

Indiquemos por V el atributo de visualización.

El atributo de visualización del j-ésimo punto de una figura intermedia está dado por:

$$V = V_{\text{inicial}}(j) + P \cdot (V_{\text{final}}(j) - V_{\text{inicial}}(j))$$

y tiene valores en el rango [0,1]. (Notemos la similitud con las ecuaciones de transformación definidas anteriormente.) Dado

que los dispositivos gráficos disponibles no poseen la característica de "tonos grises" o "medias-tintas", el atributo de visualización, V, debe ser llevado a valores discretos 0 ó 1.

Una primera aproximación es la de tener:

$$V' = \text{Parte entera } (V + 0.5)$$

donde el factor de redondeo 0.5 puede ser pensado como un "porcentaje de corte". En este caso indica que, para aquellos puntos que deban invertir su atributo de visualización, a la mitad de la transformación los segmentos visibles se transforman en invisibles, y viceversa.

Una generalización es la de tener el porcentaje de corte variable, permitiendo modificar el momento de la transición.

Veamos esta segunda aproximación del algoritmo:

$$\text{Sea INC} = 1 / (\text{Número de figuras} - 1)$$

Variando el porcentaje de transformación, P, entre 0 y 1, con incremento INC

Para todos los puntos

$$X = X_{\text{inicial}}(j) + P \cdot (X_{\text{final}}(j) - X_{\text{inicial}}(j))$$

$$Y = Y_{\text{inicial}}(j) + P \cdot (Y_{\text{final}}(j) - Y_{\text{inicial}}(j))$$

$$V = V_{\text{inicial}}(j) + P \cdot (V_{\text{final}}(j) - V_{\text{inicial}}(j))$$

$$V' = \text{Parte entera } (V + \text{Porcentaje de corte})$$

$$\text{TRAZAR } (X, Y, V')$$

donde el procedimiento TRAZAR se define como:

TRAZAR (X, Y, V)

Si  $V = 0$ , entonces

MOVER (X, Y)

sino

DIBUJAR (X, Y)

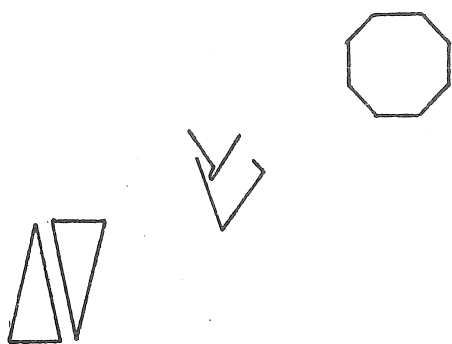


Figura 2.

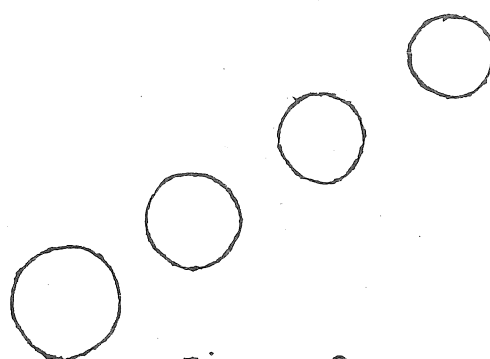


Figura 3.

Hemos, pues, alcanzado el primer objetivo: la generación de figuras intermedias. Sin embargo, las figuras generadas distan mucho del objetivo general propuesto: una aproximación a la animación. Falta aún esta "chispa de vida" que las caracteriza.

Si observamos la figura 3, notaremos que si la traslación se hubiese realizado a través de una curva en lugar de una recta, mejoraría la imagen. Generalizando, sería deseable poder trasladar las figuras según cualquier curva, poder rotarlas a medida que se trasladan, transformar una figura en otra a velocidad variable, etc.

Gracias a las sugerencias del profesor Bernardo Paris -figuras centradas en el origen y traslación del centro geo-

métrico de las figuras rotadas- fue posible la continuación de este trabajo.

Debemos, entonces, expresar cada punto en función del centro geométrico de la figura:

$$CGX = X_{\text{mínimo}} + (X_{\text{máximo}} - X_{\text{mínimo}}) / 2$$

$$CGY = Y_{\text{mínimo}} + (Y_{\text{máximo}} - Y_{\text{mínimo}}) / 2$$

son las coordenadas del centro geométrico de la figura, y

$$X' = X - (X_{\text{mínimo}} + (X_{\text{máximo}} - X_{\text{mínimo}}) / 2)$$

$$Y' = Y - (Y_{\text{mínimo}} + (Y_{\text{máximo}} - Y_{\text{mínimo}}) / 2)$$

son las coordenadas de un punto en función del centro geométrico. Estos nuevos puntos nos dan la figura ya trasladada al origen.

Podemos ahora rotar la figura y trasladarla a su posición correspondiente.

Las ecuaciones empleadas para rotar un punto un ángulo  $\alpha$  son:

$$X' = X \cdot \cos(\alpha) + Y \cdot \sin(\alpha)$$

$$Y' = Y \cdot \cos(\alpha) - X \cdot \sin(\alpha)$$

y darle son:

$$X' = X + \text{Traslación en X}$$

$$Y' = Y + \text{Traslación en Y}$$

Uniendo ambas ecuaciones:

$$X'' = X' \cdot \cos(\alpha) + Y' \cdot \sin(\alpha) + \text{Traslación en X}$$

$$Y'' = Y' \cdot \cos(\alpha) - X' \cdot \sin(\alpha) + \text{Traslación en Y}$$

donde

$$X' = X + \text{Porcentaje de transformación} \cdot (X_{\text{final}} - X_{\text{inicial}})$$

$$Y' = Y + \text{Porcentaje de transformación} \cdot (Y_{\text{final}} - Y_{\text{inicial}})$$

Dejemos por un momento lo relativo a las traslaciones y enfoquemos nuestra atención a la proposición de transformación a velocidad variable. Esto significa que el porcentaje de transformación no debe ser linealmente creciente, sino una función.

Sea VT esta función, tal que  $VT:[0,1] \rightarrow [0,1]$ . Retornando valores cercanos a 0 se tiene la figura inicial con poca distorsión, y cercanos a 1, la figura final. Esto implica que si la función VT toca varias veces 0 y 1 en el rango, esto hace que se visualicen varias veces las figuras inicial y final. Denotando por P el porcentaje de transformación:

$$X' = X + VT(P) \cdot (X_{\text{final}} - X_{\text{inicial}})$$

$$Y' = Y + VT(P) \cdot (Y_{\text{final}} - Y_{\text{inicial}})$$

Volvamos a las traslaciones.

Sea  $(CGX_{\text{inicial}}, CGY_{\text{inicial}})$  el centro geométrico de la figura inicial, y  $(CGX_{\text{final}}, CGY_{\text{final}})$  el centro geométrico de la figura final.

Definemos las traslaciones de la siguiente manera:

Traslación en X =  $CGX_{inicial} +$

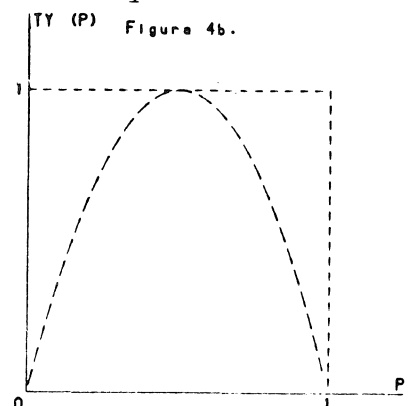
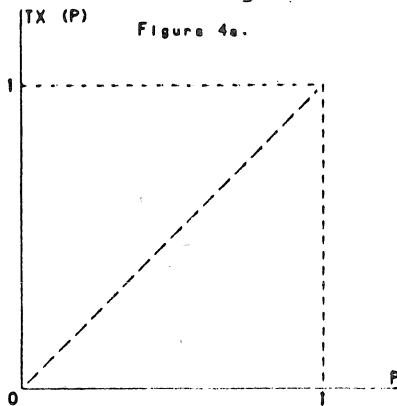
$$TX(P) \cdot (CGX_{final} - CGX_{inicial})$$

Traslación en Y =  $CGY_{inicial} +$

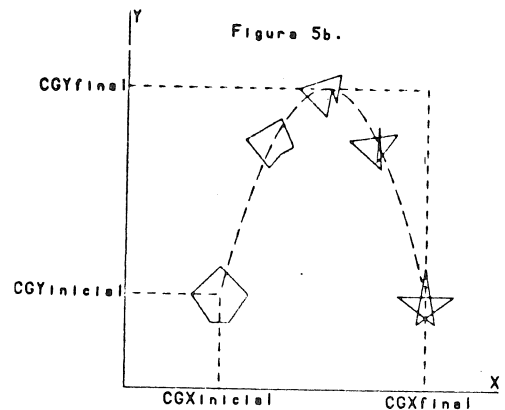
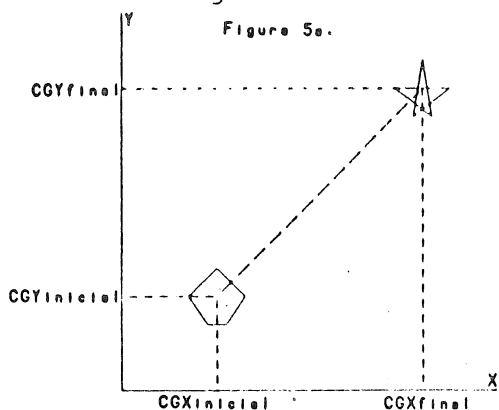
$$TY(P) \cdot (CGY_{final} - CGY_{inicial})$$

donde TX, TY:  $[0,1] \rightarrow [0,1]$  e indican porcentajes de traslación en X y Y, respectivamente. La forma de definición de las traslaciones las fuerzan a quedar enmarcadas en la ventana generada por los centros geométricos de las figuras inicial y final.

Si tenemos las siguientes funciones para TX y TY:



y si la disposición de los centros geométricos es como se muestra en 5a, tendremos la traslación del centro geométrico indicada en la figura 5b



mientras que si la disposición es como en la figura 5a, el efecto obtenido es el mostrado en 5b

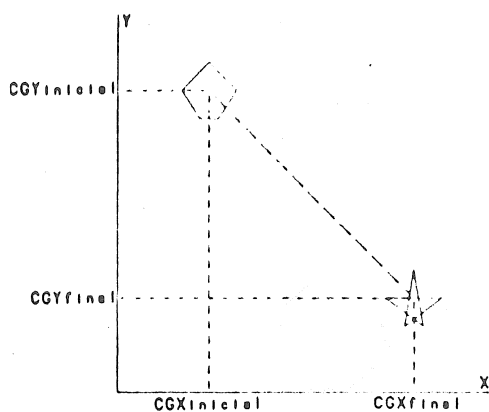


Figura 6a.

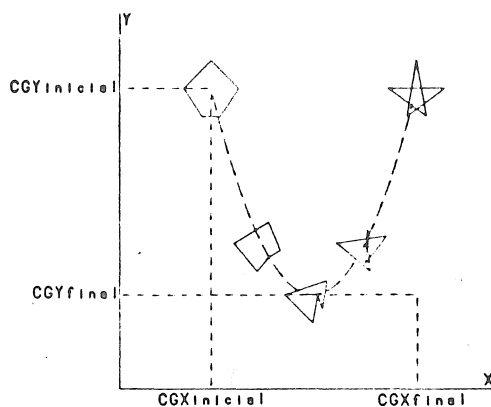


Figura 6b.

Unamos todos los conceptos previamente descritos:

Sean

$$INC = 1 / (\text{Número de figuras} - 1)$$

$$d = \text{Angulo inicial}$$

$$d_{inc} = (\text{Angulo final} - \text{Angulo inicial}) / (\text{Número de figuras} - 1)$$

Variando el porcentaje de transformación,  $P$ , entre 0 y 1,  
con incremento  $INC$

Para todos los puntos

$$X = X_{inicial}(j) + VT(P) \cdot (X_{final}(j) - X_{inicial}(j))$$

$$Y = Y_{inicial}(j) + VT(P) \cdot (Y_{final}(j) - Y_{inicial}(j))$$

$$V = V_{inicial}(j) + VT(P) \cdot (V_{final}(j) - V_{inicial}(j))$$

$$X' = X \cdot \coseno(d) + Y \cdot \seno(d) +$$

$$CGX_{inicial} + TX(P) \cdot (CGX_{final} - CGX_{inicial})$$

$$Y' = Y \cdot \coseno(d) - X \cdot \seno(d) +$$

$$CCY_{inicial} + TY(P) \cdot (CCY_{final} - CCY_{inicial})$$

$$V' = \text{Parte entera}(V + \text{Porcentaje de corte})$$

$$\text{TRAZAR}(X', Y', V')$$

$$d = d + d_{inc}$$

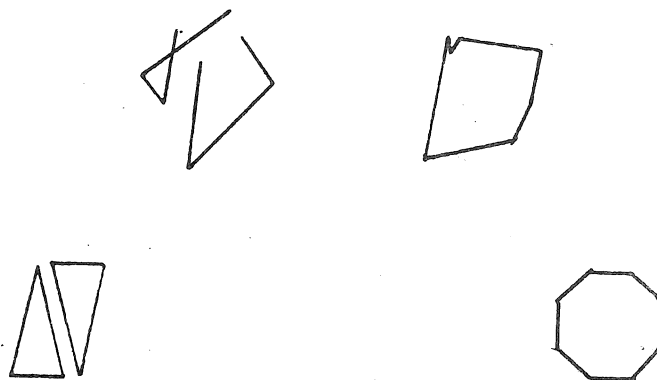


Figura 7.

Observando detenidamente los dos ejemplos siguientes notaremos que, seleccionando convenientemente las funciones de velocidad de transformación y traslaciones, podemos aproximar la generación a una situación mas real.

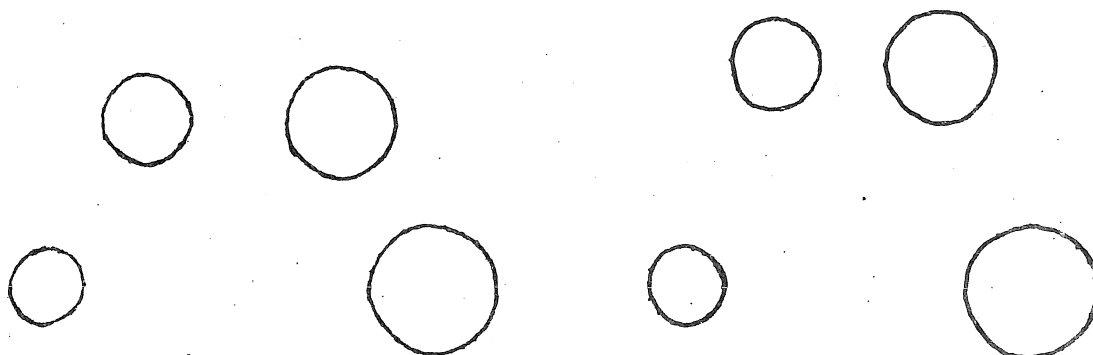


Figura 8.

Figura 9.

Sin embargo, al tener el ángulo de rotación linealmente creciente, todavía no brindamos una flexibilidad total en cuanto a la movilidad de las figuras.

Definamos  $d$  de la siguiente manera:

$$d = \text{Angulo inicial} +$$

$$TA(P) \cdot (\text{Angulo final} - \text{Angulo inicial})$$

donde  $TA: [0,1] \rightarrow [0,1]$  y representa un "porcentaje de rotación".

Casi sin darnos cuenta, todo el desarrollo se ha hecho en un plano; sin embargo, el espacio tridimensional ampliaría

grandemente las posibilidades de generación, implicando el empleo de algoritmos de proyección perspectiva cónica o equivalentes, para la visualización de las imágenes.

Enfoquemos ahora nuestra atención a la transformación del algoritmo anterior a un espacio de tres dimensiones.

Primeramente, cada punto debe estar caracterizado mediante cuatro atributos: las coordenadas X, Y y Z que indican su posición en el espacio, y el atributo de visualización.

Seguidamente, debemos definir las ecuaciones de rotación de un punto un ángulo  $\alpha$  en el plano X-Y, y un ángulo  $\beta$  en el plano Y-Z:

$$X' = (X \coseno(\alpha) + Y \seno(\alpha))$$

$$+ Z \coseno(\beta) + Z \seno(\beta)$$

$$Y' = Y \coseno(\alpha) - X \seno(\alpha)$$

$$Z' = Z \coseno(\beta) - (X \coseno(\alpha)$$

$$+ Y \seno(\alpha)) \cdot \seno(\beta)$$

Como hemos dicho anteriormente, los ángulos de rotación no deben ser linealmente crecientes, sino que deben ser expresados como funciones. Así

$$\alpha = \alpha_{inicial} + TA(P) \cdot (\alpha_{final} - \alpha_{inicial})$$

$$\beta = \beta_{inicial} + TB(P) \cdot (\beta_{final} - \beta_{inicial})$$

donde  $TA, TB: [0,1] \rightarrow [0,1]$  y representan porcentajes de rotación.

Finalmente, las figuras tridimensionales generadas deben ser

proyectadas en un plano para su posterior representación en el dispositivo. Escogimos para ello una proyección axonométrica desarrollada por B. Troncone (UCV), la cual presenta como característica fundamental el proveer mas de un "punto de fuga":

$$\begin{aligned} X' &= Y \coseno (\alpha_{\text{visual}}) - X \text{ seno } (\alpha_{\text{visual}}) \\ Y' &= Z \coseno (\beta_{\text{visual}}) \\ &\quad - X \coseno (\beta_{\text{visual}}) \text{ seno } (\alpha_{\text{visual}}) \\ &\quad - Y \text{ seno } (\beta_{\text{visual}}) \text{ seno } (\alpha_{\text{visual}}) \end{aligned}$$

donde  $\alpha_{\text{visual}}$  es el ángulo de rotación de la visual respecto al eje X, y  $\beta_{\text{visual}}$  es el ángulo de alzada de la visual respecto al plano X-Y. El origen del espacio tridimensional se proyecta en el plano como el punto de coordenadas (0, 0).

Veamos esta última aproximación al algoritmo buscado:

Sea INC = 1 / (Número de figuras - 1)

Variando el porcentaje de transformación, P, entre 0 y 1,  
con incremento INC

$$d = d_{\text{inicial}} + TA(P) \cdot (d_{\text{final}} - d_{\text{inicial}})$$

$$\beta = \beta_{\text{inicial}} + TB(P) \cdot (\beta_{\text{final}} - \beta_{\text{inicial}})$$

Para todos los puntos

$$X = X_{\text{inicial}}(j) + VT(P) \cdot (X_{\text{final}}(j) - X_{\text{inicial}}(j))$$

$$Y = Y_{\text{inicial}}(j) + VT(P) \cdot (Y_{\text{final}}(j) - Y_{\text{inicial}}(j))$$

$$Z = Z_{\text{inicial}}(j) + VT(P) \cdot (Z_{\text{final}}(j) - Z_{\text{inicial}}(j))$$

$$V = V_{\text{inicial}}(j) + VT(P) \cdot (V_{\text{final}}(j) - V_{\text{inicial}}(j))$$

$$X' = (X \coseno(d) + Y \text{ seno}(d))$$

$$+ Z \coseno(\beta) + Z \text{ seno}(\beta)$$

$$+ CGX_{\text{inicial}} + TX(P) \cdot (CGX_{\text{final}} - CGX_{\text{inicial}})$$

$$Y' = Y \coseno(d) - X \text{ seno}(d)$$

$$+ CGY_{\text{inicial}} + TY(P) \cdot (CGY_{\text{final}} - CGY_{\text{inicial}})$$

$$Z' = Z \coseno(\beta) - (X \coseno(d)$$

$$+ Y \text{ seno}(d) \cdot \text{seno}(\beta)$$

$$+ CGY_{\text{inicial}} + TY(P) \cdot (CGY_{\text{final}} - CGY_{\text{inicial}})$$

$$X'' = Y' \coseno(d_{\text{visual}}) - X' \text{ seno}(d_{\text{visual}})$$

$$Y'' = Z' \coseno(\beta_{\text{visual}})$$

$$- X' \coseno(\beta_{\text{visual}}) \text{ seno}(d_{\text{visual}})$$

$$- Y' \text{ seno}(\beta_{\text{visual}}) \text{ seno}(d_{\text{visual}})$$

$$V' = \text{Parte entera}(V + \text{Porcentaje de corte})$$

TRAZAR (X'', Y'', V')

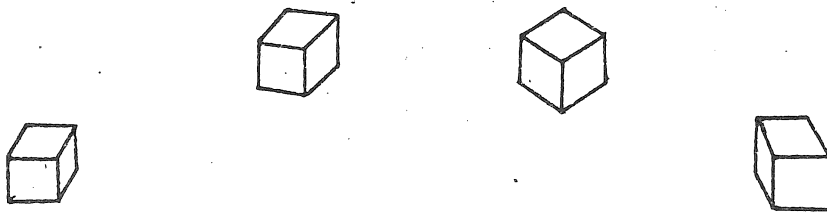


Figura 10.

### Evolución

Hemos descrito el desarrollo de este trabajo hasta el momento actual. Pero, qué tendencias o generalizaciones sería conveniente introducir?

Una primera tendencia sería la de tratar de eliminar la restricción de igualdad de número de puntos de las figuras inicial y final.

Ahora bien, por qué tener sólo una figura inicial y una figura final, y no tener varias intermedias adicionales?. Esto es, el poder definir escenas completas a través de la especificación de algunas figuras claves. Ello causaría una animación más dinámica.

### Implementación

La implementación del algoritmo previamente descrito fue realizada inicialmente en el lenguaje Pascal, disponible en un DECsystem-10 bajo TOPS-10, y posteriormente en el Lenguaje C en una PDP-11/45 bajo UNIX, ambas en la Universidad Simón Bolívar.

Como característica resaltante de la misma, permite la generación de las figuras en los dispositivos Plotter CalComp 1637, Tektronix 4836 y Hewlett Packard 2648A, disponibles en el Laboratorio de Computación Gráfica.